evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

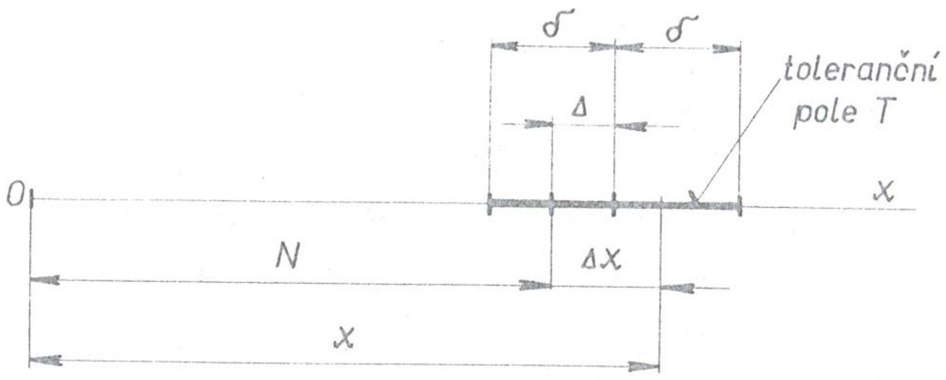
Lektor: Jan Frinta

Přednáška : Princip optimalizace vlastních výrobních nákladů (výpočtem hospodárných tolerancí

- použití metody lagrangeova neurčitého multiplikátoru).

Nástin problematiky: Z hlediska výroby montážních celků konkrétně obráběním, má primární význam rozměrová (tvarová,polohová) přesnost a jakost povrchu. Není to úplná charakteristika, ale pro naše optimalizační úvahy zcela postačující. Takto pojímanou přesností je dáno pořadí a počet jednotlivých operací, jejich náročnost co do použité technologie a tím také vyvolaná nákladovost (N) .

Pro jednoduchost je možné zavést schéma nepřesnosti rozměru ozn. **N** , viz.obr. 1 a



Obr. 1

Je-li **N** jmenovitý rozměr a **x** rozměr skutečný, pak odchylky Δ**x** se mají pohybovat uvnitř tolerančního pole **T** ,které je dáno polohou středu tolerančního pole Δ a polovinou absolutní velikosti tolerančního pole δ. Účelnost schématu použijeme dále.

Pro problematiku závislosti výrobních nákladů **N** na přesnosti výroby můžeme použít demonstrační příklad obrábění válcového povrchu tyčky o ϕ 15 mm a délky 100 mm z oceli o pevnosti 588- 686 MPa. Výroba se realizuje v dávkách 1000 ks.

Charakteristický průběh relativních nákladů na toleranci odvodíme z následující úvahy: je-li

předepsaná přesnost průměru **2**δ **=** 0,1 mm ,pak stačí taženou tyč v h 11 upichovat na požadovanou délku . Požadovanou přesnost 0,05 dosáhneme soustružením ,lepší pak následným broušením až lapováním. Se vzrůstající přesností stoupají náklady progresivně, vi obr. 2 .

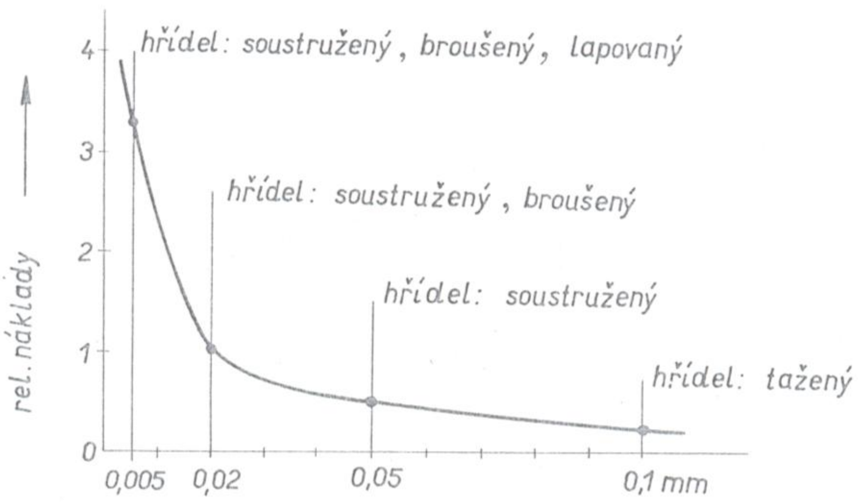
Závislost nákladů na toleranci můžeme vyjádřit analyticky (hyperbolická závislost obr.3).

$$\mathbf{N = a + b \cdot \delta^p}$$

Projekt EduCom - Inovace studijních programů s ohledem na požadavky a potřeby průmyslové praxe zavedením inovativního vzdělávacího systému "Výukový podnik"
Registrační číslo: CZ.1.07/2.2.00/15.0089 Interní číslo TUL: 1689
projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem ČR
Společný projekt Technické univerzity v Liberci a jejích partnerů – Preciosa, a.s. a TOS Varnsdorf a.s.

Na obr.2 je graficky znázorněna uvedená závislost s tím, že **a , b > 0 , p < 0** jsou konstanty získané z experimentálně zjištěných hodnot vyrovnáním metodou nejmenších čtverců. Pro porovnání jednotlivých technologií se náklady vztahují na určitou stejnou obrobenou plochu výrobku, s výhodou na **1 cm^2 .** V prvním ,hrubém přiblížení je možné uvažovat za náklady na

jednotlivé technologie pouze jednicové mzdy (samozřejmě velmi zjednodušeně).

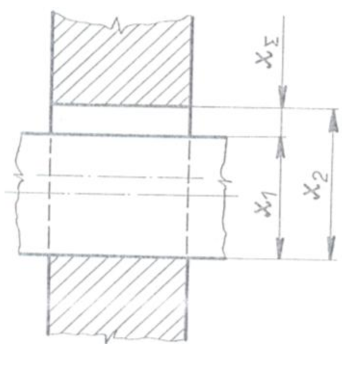


obr.2

V pokračování úlohy předpokládejme ,že jedna ze součástek (hřídel) tvoří s pouzdrem spojení dle obr. 3. Přesnost spojení je dáno přesností jednotlivých součástí. V našem příkladu je třeba , aby se vůle $\mathbf{x}_\Sigma$ ve spojení pohybovala v jistém rozmezí ,aby bylo zajištěno např. kapalinné tření. Z obr.3 je zřejmé ,že vůle $\mathbf{x}_\Sigma$ je s vnějším průměrem čepu $\mathbf{x}_1$ a vnitřním průměrem pouzdra $\mathbf{x}_2$ vázána vztahem : $\mathbf{x}_\Sigma = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$ **;** současně můžeme vyjádřit celkovou odchylku následně

$\Delta \mathbf{x}_\Sigma = \Delta \mathbf{x}_2 - \Delta \mathbf{x}_1$ **;** ve složitějších případech můžeme obecně závislost výsledného rozměru na rozměrech jednotlivých součástí psát ve tvaru funkční závislosti :

$\mathbf{x}_\Sigma = \mathbf{f}\,(\mathbf{x}_1\ ,\ \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n)$.



obr.3

V další úvaze přepokládáme,že existuje totální diferenciál funkce **f**, jež obecně vyjádříme následovně :

$$dx_\Sigma = \frac{\partial f}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}dx_2 + \dots\dots\dots + \frac{\partial f}{\partial x_n}dx_n$$

Nahradíme-li diferenciály malými přírůstky a parciální derivace vezmeme zpravidla ve středu tolerančního pole , pak můžeme psát :

$$\Delta x_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot \Delta x_i$$

, kde Ai jsou pak konstanty. Použime-li metody MMM (minima- maxima), tak střed tolerančního pole Δ_Σ

$$\Delta_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot \Delta_i$$

, v uvedeném příkladě t.j. sestavě čepu a pouzdra je δ_Σ :

$$\delta_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} |A_i| \cdot \delta_i$$

V příkladě spojení pouzdra a čepu je tedy $\delta_\Sigma = \delta_1 + \delta_2$,(ovšem $\Delta_\Sigma = \Delta_2 - \Delta_1$!).

Předpokládejme,že je konstruktérem předepsáno $\delta_\Sigma = 0{,}2$ mm .Pak když přesnost obrábění

válcového otvoru pouzdra bude $\delta_2 = 0{,}1$ mm ,tak stačí vyrobit čep s přesností $\delta_1 = 0{,}1$ mm .

Lze také volit např. $\delta_1 = 0{,}15$ mm a pak druhý díl vyrobit v $\delta_2 = 0{,}05$ mm.

Takových možností je nekonečně mnoho, ale na této volbě závisí počet a obsah jednotlivých

operací, potažmo nákladovost výroby. Provedeme-li optimalizaci, vypočítáme taková δ_1 a δ_2,

aby celková nákladovost byla minimální, ale přitom byla dodržena podmínka výsledné přesnosti spojení.

Z uvedeného můžeme obecně formulovat úlohu tak , že hledáme extrém (minimum) celkové nákladovosti , kde :

$$Nc = N(\delta_1, \delta_2, \dots\dots, \delta_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i + b_i \delta_i^{p_i} \rightarrow \textit{minimální},$$

přičemž argumenty δ_i jsou vázány omezující podmínkou ve tvaru :

$$\sum_{i=1}^{n} |A_i| \, \delta_i - \delta_\Sigma = 0 \quad ; \qquad \text{(omezující podmínka)}$$

řešení lze provést *lagrangeovou metodou* neurčitých multiplikátorů a to tak, že vytvoříme funkci:

$$F(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i + b_i \delta_i^{p_i} + \lambda \left(\sum_{i=1}^{n} |A_i| \, \delta_i - \delta_\Sigma \right),$$

kde λ je lagrangeův neurčitý multiplikátor. Pak pro k = 1 , 2 , . . . , n bude :

$$\frac{\partial F}{\partial \delta_k} = b_k \, p_k \, \delta_k^{p_k - 1} + \lambda |A_k| = 0$$

z čehož

$$\delta_k = \left(- \frac{\lambda |A_k|}{b_k \cdot p_k} \right)^{\frac{1}{p_k - 1}}$$

v předešlém vztahu pro δ_k není λ známé. Dosadíme tedy δ_k (k = 1 , 2 , ... , n) do omezující

podmínky následně vyjádřené, kde jedinou neznámou je λ .

Zpětným dosazením pak vypočítáme optimální t tolerance .

$$\sum_{i=1}^{n} |A_i| \left(- \frac{\lambda \; |A_i|}{b_i \;\; p_i} \right)^{\frac{1}{p_i - 1}} - \delta_\Sigma = 0$$

Pro náš uvedený příklad spojení pouzdra a čepu (obr.3) , při experimentálně zjištěných konstantách p_1 = p_2 = - 1 , b_1 = 9, b_2 = 4 , lze určit , že λ = 2500 a pro δ_Σ = 0,1 mm budou optimální tolerance δ_1 = 0,06 mm a δ_2 =0,04 mm (A_1 = - 1, A_2 = 1).

V uvedeném analytickém výpočtu optimální rozměrové přesnosti nebyly sledovány požadavky na jakost povrchu a příp. další. Více lze najít např. v literatuře /1 /.

Literatura :

/ 1 / Věchet V.: Technologické projekty .Skripta VŠST (TUL) Liberec, 1982, 223 s.

/ 2 / Frinta J.: Technologické postupy .Přednášky TUL –KOM Liberec 2010.