



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

*Tento materiál vznikl jako součást projektu  
EduCom, který je spolufinancován Evropským  
sociálním fondem a státním rozpočtem ČR.*

## Příklady jednoduchých technických úloh ve strojírenství a jejich řešení

**doc. Dr. Ing. Elias TOMEH**  
e-mail: [elias.tomeh@tul.cz](mailto:elias.tomeh@tul.cz)  
**Technická univerzita v Liberci**



Úvod do strojírenství

**Technické univerzity v Liberci a partneři  
Preciosa, a.s. a TOS Varnsdorf a.s.**



9.1.2013

## Obsah přednášky

- 1. Základní teoretický aparát a další potřebné znalosti k řešení technických problémů**
- 2. Fyzikální veličiny, jejich jednotky, vztahy mezi nimi a nejdůležitější rovnice**
- 3. Příklady jednoduchých technických úloh ve strojírenství a jejich řešení**

# Příklady jednoduchých technických úloh ve strojírenství a jejich řešení

Základní teoretický aparát a další potřebné znalosti k řešení technických problémů

## KONSTRUKTIVNÍ GEOMETRIE, GRAFICKÝ PROJEV

**FYZIKA:** fyzikální veličiny a jejich rozměry, vlastnosti látek, molekulární a tepelné jevy, elektřina a magnetismus, optika

**CHEMIE:** vybrané partie pro řešení různých úloh ve strojírenství (nauka o materiálu, procesy spalování, ... )

**TECHNICKÁ MECHANIKA:** mechanika soustav tuhých těles (statika, kinematika, dynamika, pružnost a pevnost, nauka o kmitání), mechanika tekutin (termodynamika, hydromechanika, proudění)

## TECHNICKÁ MĚŘENÍ

## JAZYKOVÁ VYBAVENOST

# Příklady jednoduchých technických úloh ve strojírenství a jejich řešení

Základní teoretický aparát a další potřebné znalosti k řešení technických problémů

**MATEMATIKA:** logické uvažování, matematické nástroje

- elementární matematika (algebra, geometrie, goniometrie a trigonometrie)
- vyšší matematika (matematická analýza, analytická geometrie, diferenciální a integrální počet, diferenciální rovnice, statistická analýza, numerická matematika)

# Příklady jednoduchých technických úloh ve strojírenství a jejich řešení

## Fyzikální veličiny, jejich jednotky, vztahy mezi nimi a nejdůležitější rovnice

- Základní jednotky, odvozené jednotky hlavní a vedlejší, násobky a díly základních a odvozených jednotek
- Měrné jednotky (fyzikální veličina, vztažená na jednotku jiné fyzikální veličiny)
- Jednotky pro soustavu tuhých těles (hmotnost, délka, čas, rychlost, zrychlení, síla, hybnost, moment síly, mechanická práce, .... )
- Jednotky v mechanice tekutin (průtok, tlak, povrchové napětí, dynamická viskozita, .... )
- Jednotky v termodynamice (teplota, teplo, měrná tepelná kapacita, plynová konstanta, ...)

# Příklady jednoduchých technických úloh ve strojírenství a jejich řešení

## Fyzikální veličiny, jejich jednotky, vztahy mezi nimi a nejdůležitější rovnice

- Pohybové rovnice, zákony zachování (hmoty, energie, ... ), rovnice kontinuity, stavová rovnice, ...
- Rozměrová analýza – základní kontrola správnosti vztahu, popisujícího matematickým zápisem fyzikální děje, chování soustavy, ...

## Chemické vlastnosti látek

- Složení nejvíce používaných látek ve strojírenství (vč. atmosférického vzduchu a jeho vlastností), chemické vzorce a rovnice, hoření jako jeden ze základních chemických procesů ve strojírenství (slučovací rovnice, hmotnostní bilance, ... )

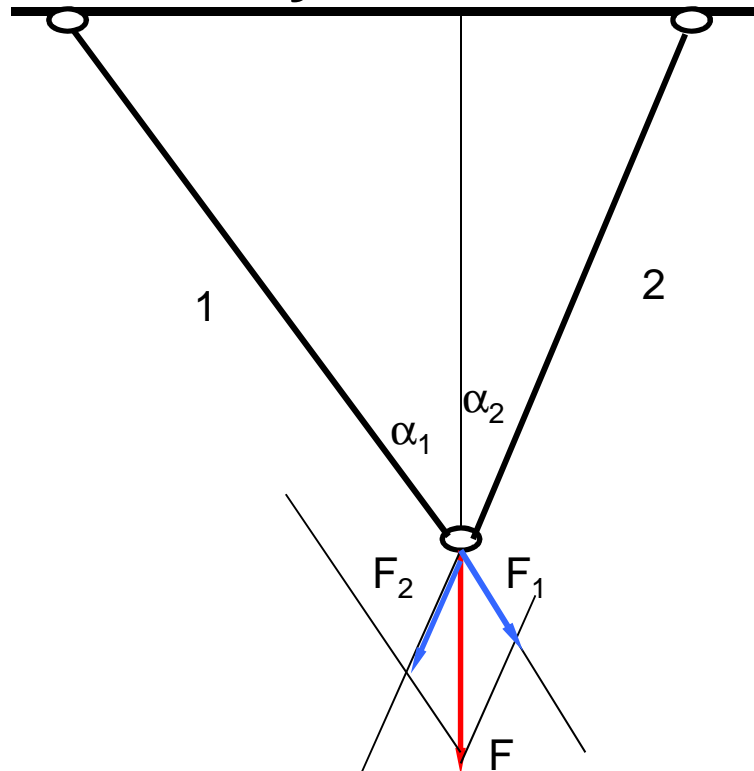
## **Příklady jednoduchých technických úloh ve strojírenství a jejich řešení**

**Na dalších snímcích jsou ukázky technických problémů, k jejichž řešení postačí středoškolská matematika a fyzika.**

### **Poznámka:**

**K ověření fyzikální správnosti sestavených rovnic se doporučuje provést rozměrovou analýzu, tj. za jednotlivé fyzikální veličiny v rovnici dosadit jejich rozměr v základních jednotkách.**

## Určete síly v táhlech závěsu



- Závěs, vytvořený pruty 1 a 2, je zatížený silou  $F$  ve spoji obou prutů.
- Vektor síly  $F$  lze rozložit na vektory sil  $F_1$  a  $F_2$ , které vychází ze spoje obou prutů a směřují v pomyslném prodloužení prutů 1 a 2. Síly  $F_1$  a  $F_2$  představují zatížení prutů 1 a 2.
- Velikost sil  $F_1$  a  $F_2$  se určí z podmínky, aby jejich vektorový součet byl shodný s vektorem síly  $F$ .
- Řešení této úlohy lze jednoduše provést graficky nebo výpočtově z podmínky silové rovnováhy pro složky sil do svislého a vodorovný směru.

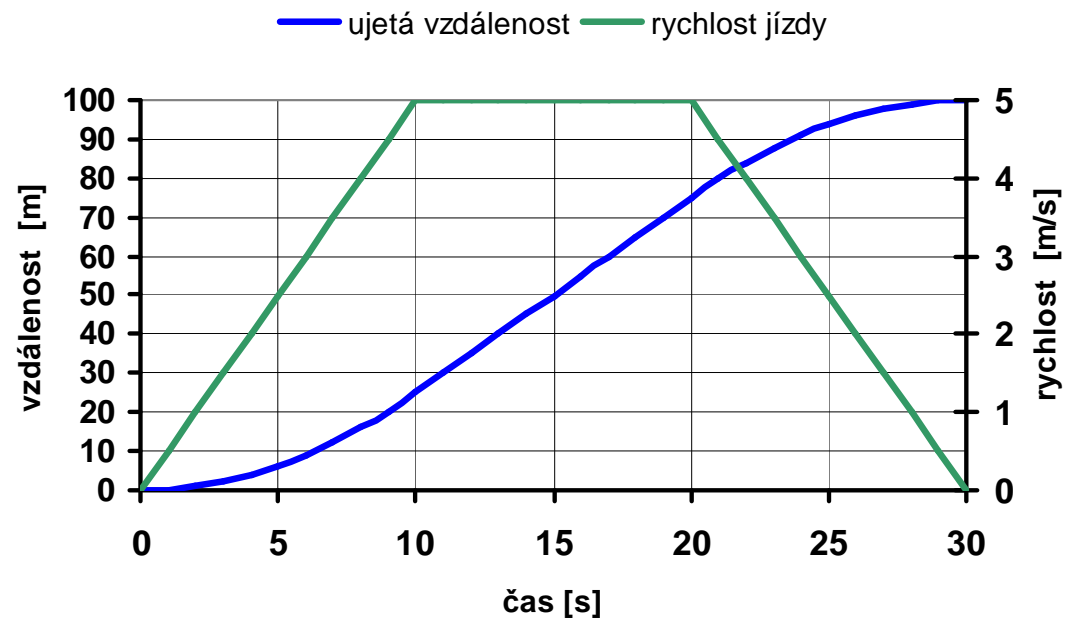
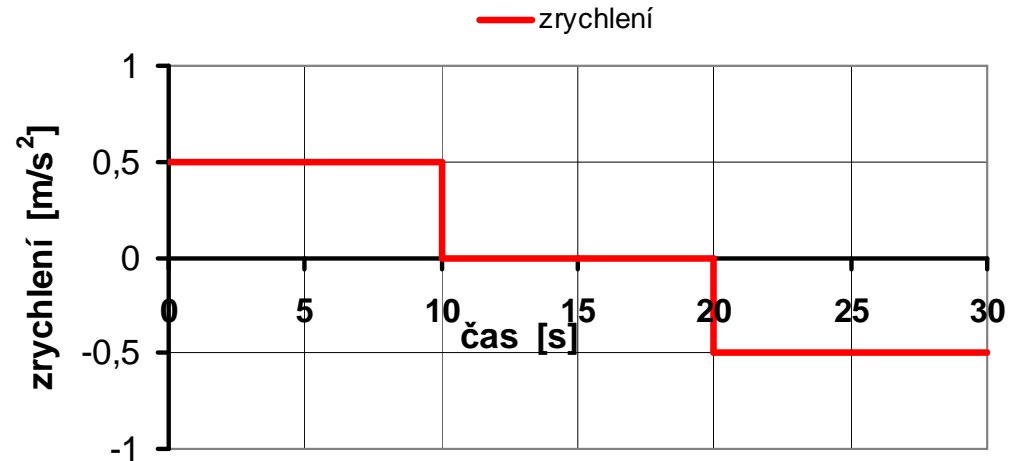
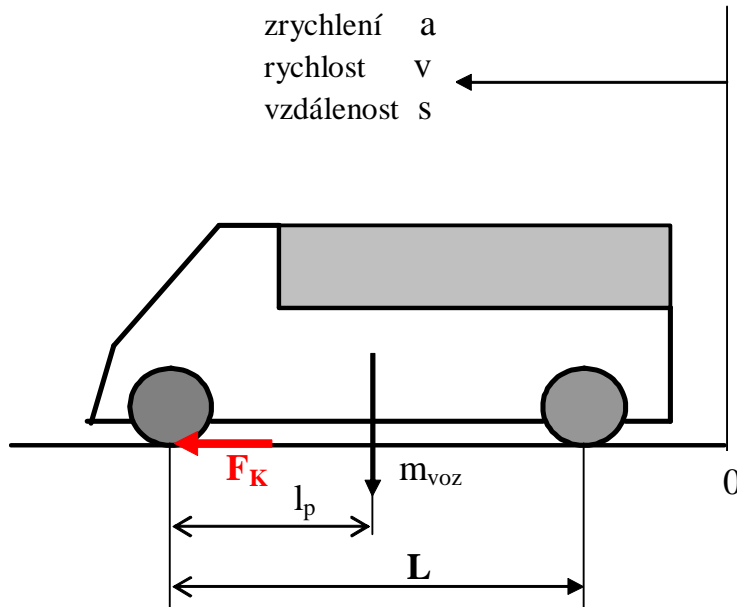
Rovnice silové rovnováhy:  $\uparrow F_1 \cdot \cos \alpha_1 + F_2 \cdot \cos \alpha_2 = F$  (pro svislý směr)

$\rightarrow F_1 \cdot \sin \alpha_1 = F_2 \cdot \sin \alpha_2$  (pro vodorovný směr)



## Rychlost a ujetá vzdálenost při rovnoměrném pohybu vozidla

- pohyb rovnoměrně zrychlený,
- konstantní rychlostí,
- a rovnoměrně zpomalený)



### Obecně (pomocí vyšší matematiky):

Rychlost je první derivací dráhy podle času

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

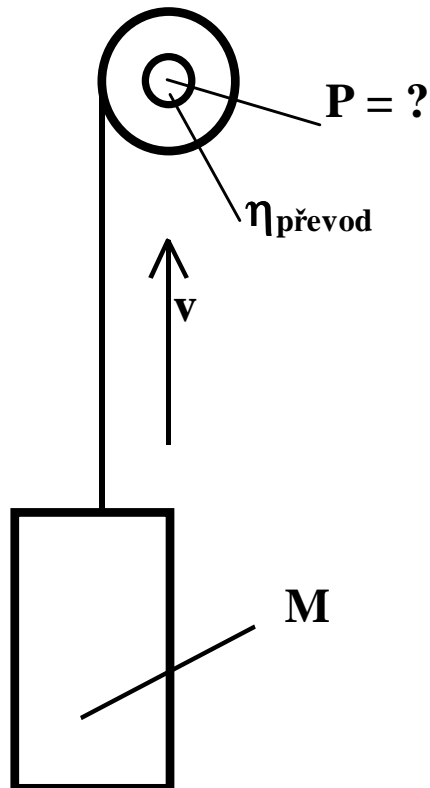
Zrychlení je první derivací rychlosti podle času

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \dot{v} = \ddot{s}$$

Vzdálenost

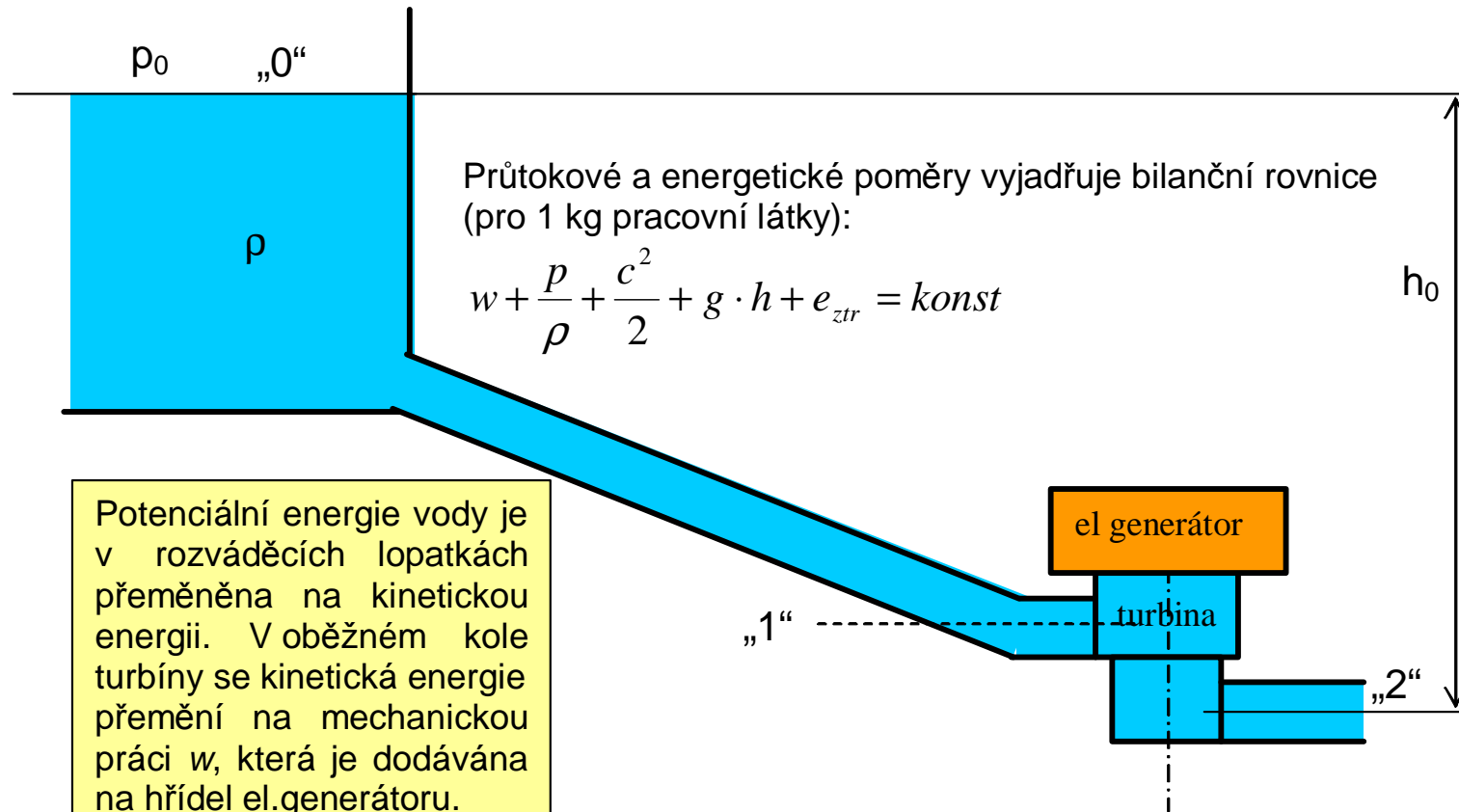
$$s = \int_{t_1}^{t_2} v \cdot dt \quad v = f(t)$$

**Stanovte okamžitý výkon elektromotoru, potřebný k pohonu zdvihacího zařízení.**



**Postup řešení: Výkon = (síla x rychlost) / účinnost**

$$P = M \cdot g \cdot v \cdot \frac{1}{\eta_{přev}}$$



Měrná práce 1 kg vody (pracovní látky) turbínou je  $w_T = g \cdot h_0 \cdot \eta_T$ . Při hmotnostním průtoku vody turbínou  $\dot{m}$  v [kg/s] a mechanické účinnosti  $\eta_m$  potom výkon turbíny bude

$$P_T = \dot{m} \cdot w_T \cdot \eta_m$$

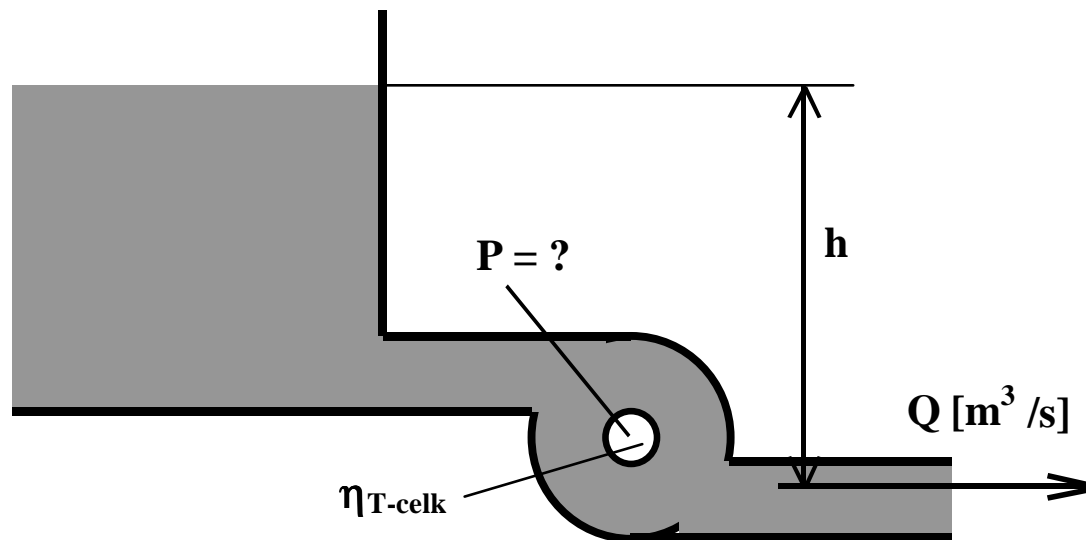
**Příklad:** Pro  $h_0 = 50$  m,  $Q = 10$  m<sup>3</sup>/s,  $\eta_T = 0,9$  a  $\eta_m = 0,97$  bude výkon turbíny  $P_T = 4,28$  MW

# Stanovte výkon vodní turbíny, která pracuje s celkovým spádem $h$ a průtokem vody turbinou $Q$ .

## Postup řešení:

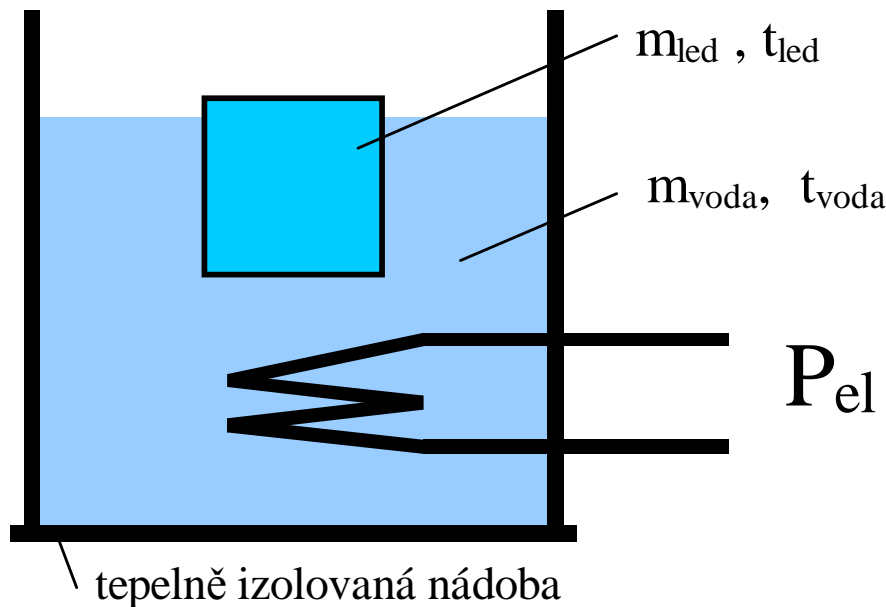
Výkon = hmotnostní tok  $\times$  měrná práce 1kg prac.látky  $\times$  celková účinnost

měrná práce 1kg pracovní látky = využitá potenciální energie (  $w = g \cdot h$  )



$$P = Q \cdot \rho \cdot w \cdot \eta_{T-celk} = Q \cdot \rho \cdot g \cdot h \cdot \eta_{T-celk}$$

Vypočítejte teplotu vody v izolované nádobě, jestliže do vody byla vložena kostka ledu a elektrickým ohřívákem byla voda v nádobě po určité době ohřívána. Během ohřívání vody kostka ledu zcela roztaje.



Postup řešení:

Vychází se z rovnice tepelné bilance počátečního stavu, tepelných změn a konečného stavu. Vzhledem k tomu, že v bilanci tepelných změn se kalkuluje pouze s rozdíly teplot, lze tepelnou bilanci sestavovat pro teploty ve  $^{\circ}\text{C}$ . Konečná teplota  $t_{\text{výsl}}$  (stanovená za předpokladu, že kostka ledu ve vodě v nádobě úplně roztaje se vypočte z bilanční rovnice

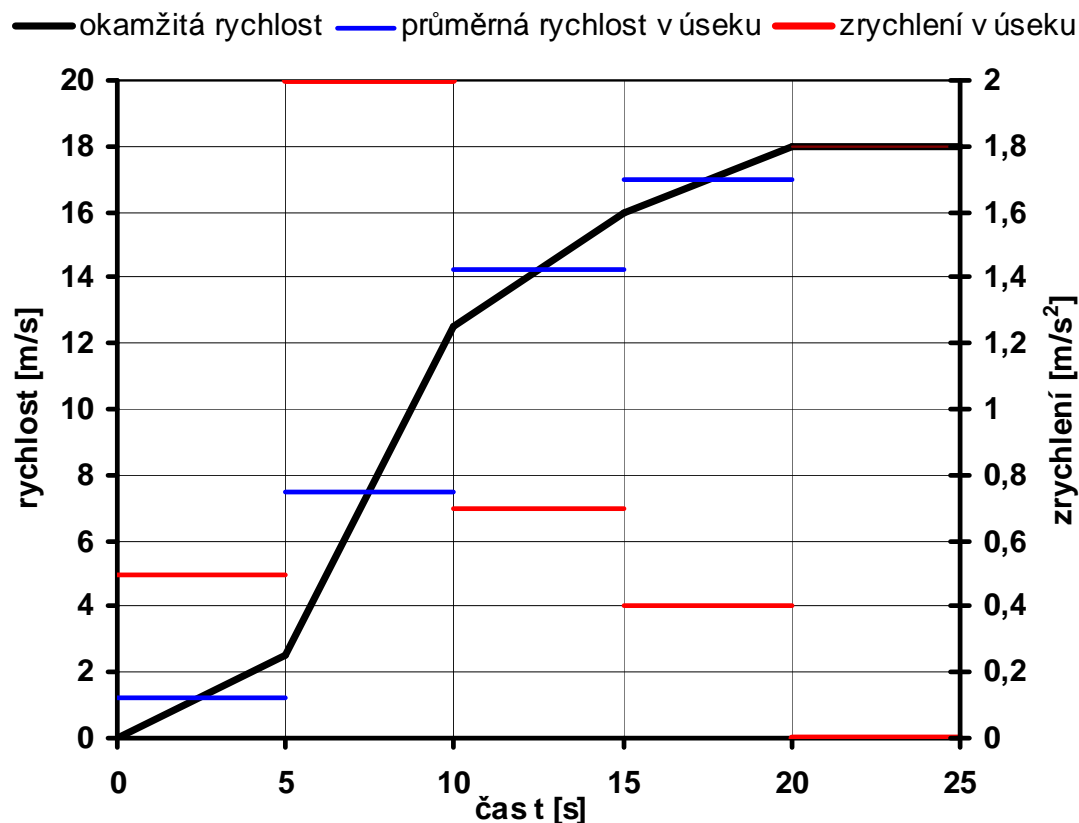
$$m_{\text{voda}} \cdot c \cdot t_{\text{voda}} + m_{\text{led}} \cdot c \cdot t_{\text{led}} + Q_{\text{el}} - m_{\text{led}} \cdot L_{\text{led}} = (m_{\text{voda}} + m_{\text{led}}) \cdot c \cdot t_{\text{výsl}}$$

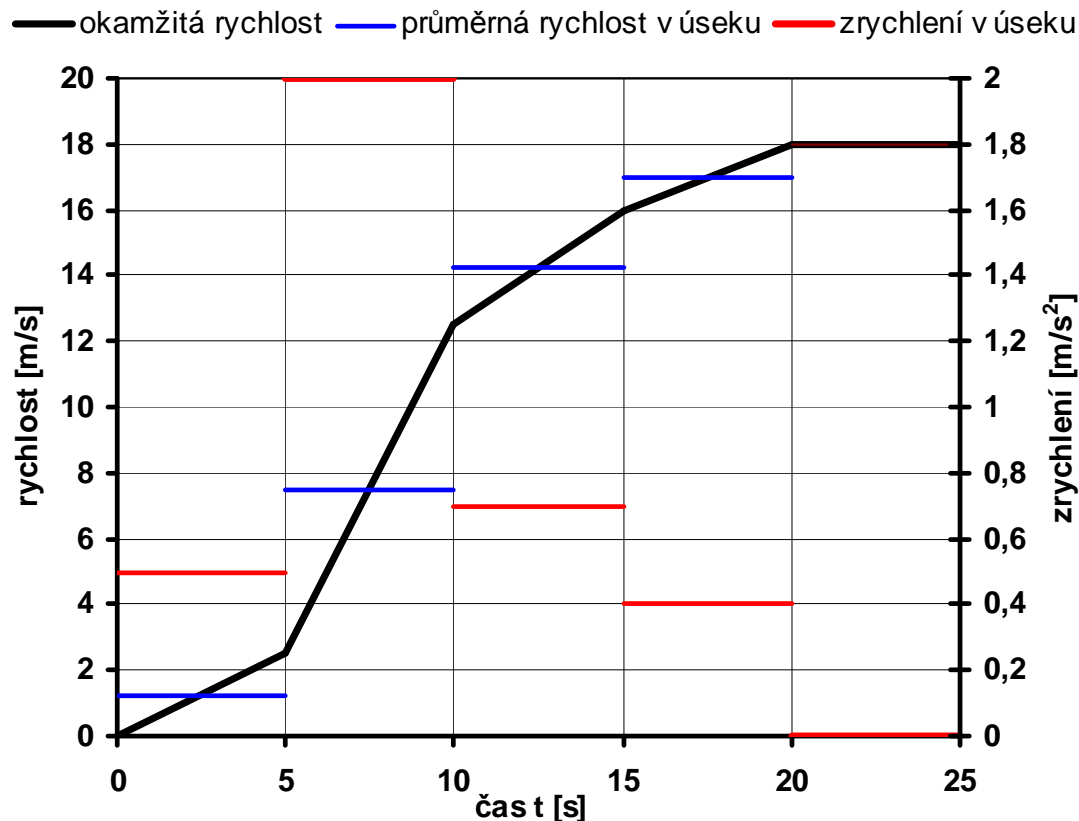
Teplo přivedené do vody v nádobě elektrickým ohřívákem se stanoví z výkonu elektrického ohříváče  $P_{\text{el}}$  a času jeho zapnutí  $\Delta\tau$  v sekundách:

$$Q_{\text{el}} = P_{\text{el}} \cdot \Delta\tau$$

**Vozidlo se v časovém intervalu 0 až 25 sekund pohybuje rychlostí, zakreslenou v grafu. Doplňte k zakreslenému průběhu rychlosti hodnoty zrychlení v jednotlivých úsecích. Uveďte matematický zápis obecného vztahu mezi zrychlením a rychlostí.**

**Vypočítejte, jako vzdálenost vozidlo ujede za 25 sekund.**





**Řešení:** V jednotlivých úsecích od 0 do 20 sekund je pohyb rovnoměrně zrychlený, v úseku 20-25 sekund je rychlost konstantní. Zrychlení v jednotlivých úsecích je určeno vztahem

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

tj. přírůstkem rychlosti  $\Delta v$  během časového intervalu  $\Delta t$ .

Obecně je zrychlení určeno první derivací rychlosti podle času:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Ujetou vzdálenost určuje v obecném tvaru rovnice  $ds = v \cdot dt$ . Vzhledem k tomu, že vozidlo se pohybuje v jednotlivých úsecích rovnoměrně zrychleným pohybem, lze postupovat tak, že v jednotlivých úsecích určíme průměrnou rychlost vozidla (tj. konstantní v daném úseku).

$$v_{prům(0-5)} = \frac{v_0 + v_5}{2} \quad s_{0-5} = v_{prům(0-5)} \cdot t_{0-5}$$

Ujetá vzdálenost je potom součtem ujeté vzdálenosti v jednotlivých úsecích.



# Výkon větrné elektrárny

**Postup řešení:** Výkon = hmotnostní tok  $\times$  měrná práce 1kg prac.látky  $\times$  celková účinnost

Hmotnostní tok:

Kruhovou plochou rotoru  $S_R$  protéká atmosférický vzduch rychlostí  $v$ . Hustota atmosférického vzduchu je  $\rho_v$ .

$$m_v = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot v \cdot \rho_v$$

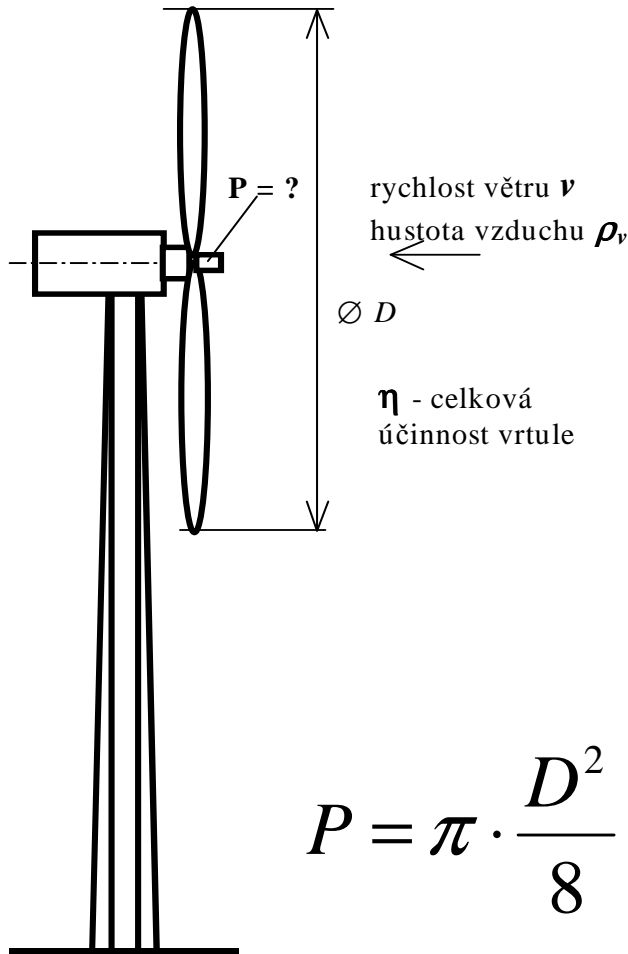
měrná práce 1kg pracovní látky = kinetická energie proudícího vzduchu

$$w = \frac{1}{2} \cdot v^2$$

$$P = m \cdot w \cdot \eta = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot v \cdot \rho_v \cdot \frac{1}{2} \cdot v^2 \cdot \eta$$

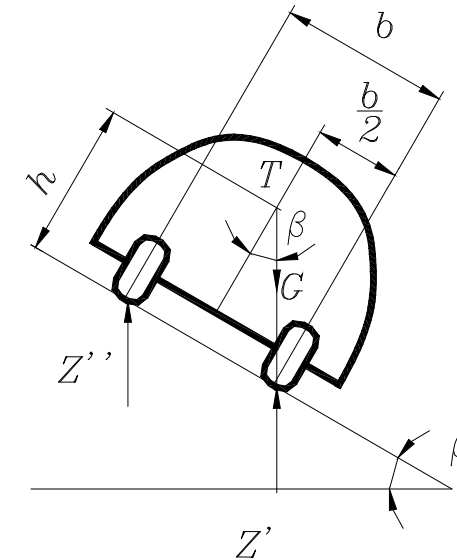
$$P = \pi \cdot \frac{D^2}{8} \cdot \rho_v \cdot v^3 \cdot \eta$$

Účinnost vrtule závisí na rychlosti větru: při rychlosti  $v = 10$  m/s je  $\eta \approx 0,35$ , pro rychlost  $v = 20$  m/s je  $\eta \approx 0,20$ .

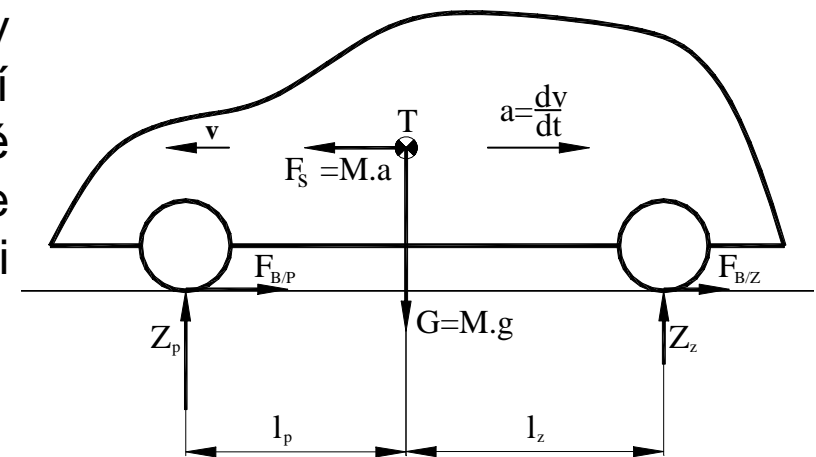


**Následující schémata ukazují příklady základních výpočtových kontrol na motorovém vozidle a jejich důležitost pro jízdní (provozní) vlastnosti.**

Schematické znázornění způsobu určování výškové polohy těžiště vozidla metodou příčného naklonění (při zablokovaném pérování se vozidlo s plošinou nakloní až do ztráty stability): výška těžiště se vypočítá pomocí úhlu  $\beta$ . Znalost výškové polohy těžiště je nutná pro vyšetřování stability vozidla v různých jízdních situacích.



Znázornění základní situace vozidla při brzdění v přímé jízdě: brzděním dochází k přerozdělení zatížení přední a zadní nápravy a ke změně brzdících účinků na jednotlivých kolech. Úloha je významná pro konstrukční řešení a optimalizaci ovládání a regulace brzdového ústrojí vozidla.



## Pístové spalovací motory (PSM)

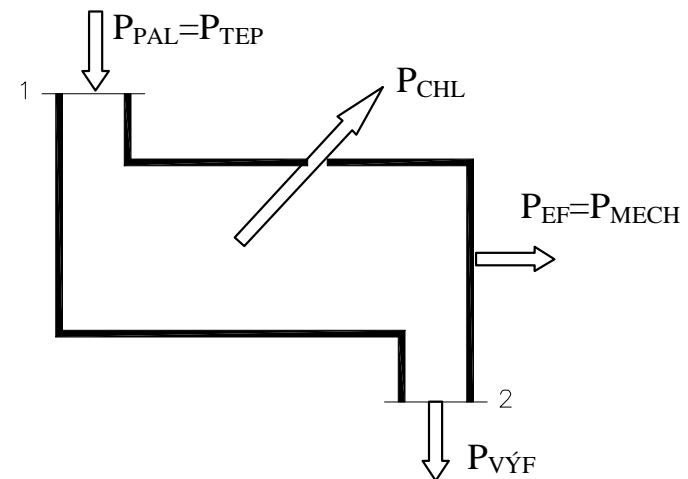
PSM tvoří podstatnou část všech tepelných motorů, tedy strojů, ve kterých se mění tepelná energie na mechanickou práci. Jsou to stroje, pracující v otevřeném cyklu a tepelná energie, určená k přeměně na energii mechanickou, se získává chemickou cestou, spalováním hořlavé směsi paliva se vzduchem uvnitř motoru.

**Celkovou výkonovou bilanci vyjadřuje rovnice**

$$P_{TEP} = P_{EF} + P_{CHL} + P_{VÝF.}$$

**Zjednodušeně se odhaduje**

$$P_{EF} \cong P_{CHL} \cong P_{VÝF.}$$



# Děkuji za pozornost



Tato přednáška byla inovována v rámci projektu EduCom  
CZ.1.07/2.2.00/15.0089

EduCom - Inovace studijních programů s ohledem na  
požadavky a potřeby průmyslové praxe zavedením inovativního  
vzdělávacího systému "Výukový podnik"